

КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНЫЕ МОДЕЛИ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОМД

CELLULAR- AUTOMATIC MODELS AND THEIR USE PROSPECTS FOR SIMULATION PROCESSES OF PRESSURE METALS TREATMENT

Рубин Г.Ш.¹, Шишов А.А.², Чукин М.В.², Гун Г.С.²

¹ ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный университет»,

² ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова,
Россия, m.chukin@mail.ru

The cellular automaton models contribute generation discrete models of continuum. Elimination of continuum model yields a large dividend in accuracy. The direct interaction model accelerates calculation. The functional connection, suggested in this work, allows the research of the deformation irregularity.

На данный момент наиболее популярные программные пакеты расчета напряженно-деформированного состояния металла в процессах ОМД основываются на сложной системе расчетов. Реальный физический процесс описан математически механикой сплошных сред. Математическая модель предполагает некоторые упрощения и, как следствие, погрешность результатов вычислений. К тому же модель состоит из системы двадцати девяти дифференциальных уравнений, решение которой аналитическими методами весьма затруднительно. Решение системы уравнений возложено на метод конечных элементов, который, в свою очередь, тоже накладывает свои ограничения и увеличивает погрешность результатов. Причем, метод конечных элементов реализуется посредством последовательности итераций, и на каждой итерации происходит решение системы линейных уравнений большого порядка. Как результат, вычисление напряженно-деформированного состояния - достаточно долгий процесс, а расчет погрешности полученных результатов является еще одной сложной математической задачей.

Р. Курант, К. Фридрихс и Х. Леви в 1928 г. в своей работе [1] рассмотрели возможности численного решения дифференциальных уравнений, используя конечно-разностные методы. Дискретизируя дифференциальные уравнения, доказывая сходимость дискретной системы к дифференциальной и, наконец, устанавливая существование решения дискретной системы алгебраическими методами, они доказывали теоремы существования и единственности решений для эллиптических, гиперболических и параболических дифференциальных уравнений. Их работа привлекла большое внимание и легла в основу современной модели расчета динамики газа и жидкости. Но их подход является одним из видов клеточных автоматов. В общем смысле клеточный автомат - дискретная динамическая система, эволюция которой определяется локальными взаимодействиями составляющих ее элементов. Пространство клеточного автомата разделено на ячейки (или клетки), характеризующиеся конечным числом параметров состояния. Переход ячеек от одного состояния к другому обусловлен конечной таблицей простых законов локальных

взаимодействий. Последовательность тактов изменения параметров состояния ячеек имитирует временную шкалу клеточного автомата. Необходимо также отметить достоинство клеточных автоматов в общей парадигме параллельных вычислений [2].

Первая созданная нами клеточно-автоматная модель представляла собой систему подвижных элементов клеточного автомата [3]. Среда представляла собой конечное количество элементарных элементов, взаимодействующих друг с другом по некоторому закону. В список параметров, характеризующих каждый элемент, входили координаты центра масс, масса и компоненты скорости. Варьируя закон взаимодействия элементов, можно было изменять свойства среды. Но эта система имела ряд недостатков, в частности, - потребность в гигантской вычислительной мощности ПК, поскольку приходилось рассчитывать взаимодействия каждого элемента с каждым, а количество тактов было слишком велико.

Вторая клеточно-автоматная модель представлена в виде двумерной площадки размером $L \times W$, разделенной на равные квадратные ячейки со стороной $l = 1$. Она представляет собой двумерную матрицу с L строками и W столбцами.

Время T представлено конечной последовательностью тактов одинаковой продолжительности $t = 1$ такт. Каждая ячейка характеризуется тремя параметрами: s - состояние ячейки, v и a - соответственно, первая и вторая частные производные состояния ячейки.

Матрица вторых частных производных размером $L \times W \times T$ задается до запуска клеточного автомата (перед первым тактом) и определяет внешнее силовое воздействие на эволюцию клеточного автомата на протяжении всего времени T . С помощью этой матрицы возможно задавать источники возмущений в любых ячейках, как во внешних, так и во внутренних на любом такте. Матрица первых частных производных имеет размер $L \times W$. Матрица состояний ячеек перед первым тактом определяет начальное состояние среды.

Первые частные производные v_n ($n = 1, 2, 3, 4$) в ячейке с координатами (i, j) на τ -том такте находятся по следующим формулам:

$$\begin{cases} V_{ij_1}^\tau = V_{ij_1}^{\tau-1} + k_1(s_{i-1j}^{\tau-1} - s_{i-1}^{\tau-1}) + a_{ij_{1вн}}^\tau, \\ V_{ij_2}^\tau = V_{ij_2}^{\tau-1} + k_2(s_{i-1j}^{\tau-1} - s_{i-1}^{\tau-1}) + a_{ij_{2вн}}^\tau, \\ V_{ij_3}^\tau = V_{ij_3}^{\tau-1} + k_3(s_{i-1j}^{\tau-1} - s_{i-1}^{\tau-1}) + a_{ij_{3вн}}^\tau, \\ V_{ij_4}^\tau = V_{ij_4}^{\tau-1} + k_4(s_{i-1j}^{\tau-1} - s_{i-1}^{\tau-1}) + a_{ij_{4вн}}^\tau. \end{cases} \quad (1)$$

Для граничных ячеек ($i = 1, i = L, j = 1, j = W$) это выражение изменяется путем исключения слагаемых, соответствующих отсутствующим соседним ячейкам.

Состояние ячейки с координатами (i, j) на τ -том такте находится по следующей формуле:

$$S_{ij}^\tau = S_{ij}^{\tau-1} + v_{ij_1}^\tau + v_{ij_2}^\tau + v_{ij_3}^\tau + v_{ij_4}^\tau. \quad (2)$$

Основываясь на результатах численных экспериментов, можно сделать вывод, что коэффициенты k_i ($i = 1, 2, 3, 4$) определяют свойства среды, а именно определяют скорость распространения возмущений в разных направлениях (рис. 1). При равенстве коэффициентов k_1, k_2, k_3 и k_4 среда является изотропной, фронт возмущений является окружностью (рис. 2), а скорость распространения фронта возмущений одинакова во всех направлениях.

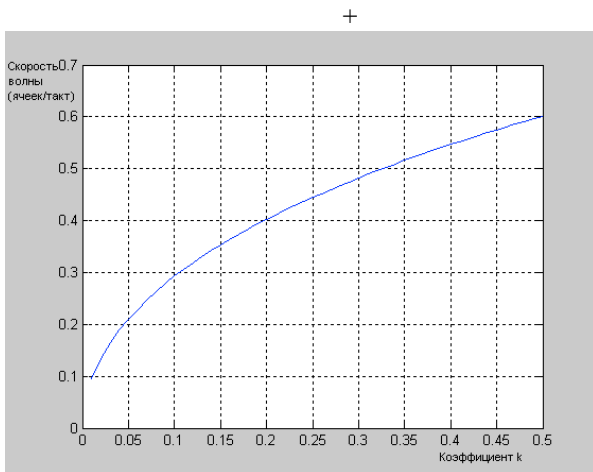


Рис. 1. Зависимость скорости распространения возмущений от коэффициента k_i

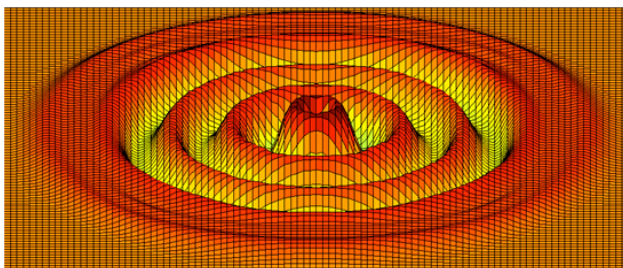


Рис. 2. Распространение возмущения в изотропной среде

В случае, когда $k_1 = k_2$ и $k_3 = k_4$, среда является анизотропной, фронт возмущений имеет форму эллипса, а скорость распространения возмущений в разных направлениях различна. Каждый коэффициент однозначно определяет ско-

рость распространения фронта возмущения в своем направлении, следовательно, эти скорости в противоположных направлениях равны по абсолютному значению и противоположны по знаку. Форму фронта волны можно определить следующим образом. Так как форма фронта является эллипсом с осями параллельными координатным осям ячеек, а значение скорости перемещения фронта можно определить, исходя из рис. 1, то, зная коэффициенты и количество пройденных тактов, легко найти расстояния, пройденные фронтом в направлении координатных осей, которые являются полуосями искомого эллипса. Большей из осей является та, которой соответствует больший коэффициент.

При $k_1 = k_2$ и $k_3 = k_4$ сумма состояний всех ячеек остается постоянной на любом такте.

При $k_1 \neq k_2$ и $k_3 \neq k_4$ сохранение постоянства суммарного возмущения для ограниченного двумерного пространства нарушается.

Был проведен ряд вычислительных экспериментов при различных начальных значениях S_{ij} . В ходе экспериментов было установлено, что характер распространения фронта волны не зависит от начального значения состояния ячеек. Скорость распространения фронта возмущений остается постоянной на протяжении всего эксперимента (рис. 3).

Следует обратить внимание на то, что при единичном воздействии (на протяжении одного такта) за первым фронтом возмущений образуются вторичные фронты возмущений меньшей амплитуды. Но в реальных процессах ОМД воздействие инструмента на заготовку длится некоторое время, следовательно, для большей адекватности модели следует выбирать длину такта таким образом, чтобы воздействие инструмента занимало несколько тактов.

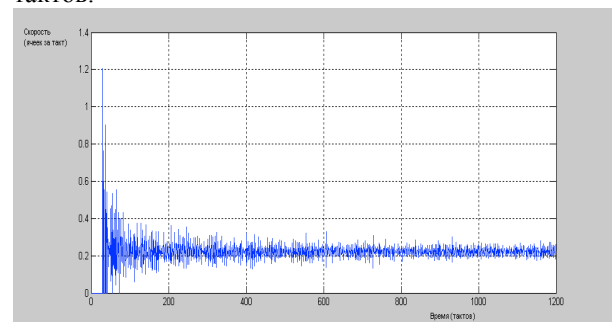


Рис. 3. Изменение скорости распространения фронта возмущения

Рассмотренная модель отображает распространение абстрактных возмущений в пределах ограниченной области от заданных источников. Это представляет наиболее общий подход к моделированию физических взаимодействий в среде.

Обобщающий подход открывает широкие перспективы для моделирования процессов ОМД. В этом случае возмущением может быть изменение положения материальной точки, скорость матери-

альной точки, сила, напряжения, деформации. Распространение любого из этих параметров может быть смоделировано описанной в настоящей статье схемой. Богатство модели обеспечивается выбором коэффициентов k_1, k_2, k_3, k_4 в формуле (1). Их варьирование позволит моделировать анизотропную среду, среду с локальными особенностями и пр.

С точки зрения скорости вычислений, клеточно-автоматная модель на порядок быстрее классических вычислительных методов, поскольку последние основываются на итерационных методах решения системы линейных уравнений большого порядка.

Таким образом, клеточно-автоматная модель открывает широкие перспективы для разработки эффективных программ расчета напряженно-деформированного состояния заготовки в процессе обработки давлением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. Courant, K. Friedrichs, H. Lewy Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik // *Mathematische Annalen*. 1928. Т. 100. № 1. С. 32-74.
2. Т. Тоффоли, Н. Марголус. Машины клеточных автоматов: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 280 с.
3. Клеточно-автоматные модели деформируемой среды / Г.Ш. Рубин, А.А. Шишов // Труды восьмого конгресса прокатчиков. Магнитогорск, 2010. С. 451-453.

Сведения об авторах

Рубин Геннадий Шмульевич, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный университет», 455000, Челябинская область, г. Магнитогорск, Тел. (3519) 359363

Rubin Gennady Shmulievich, candidat of engineering science, associate professor, Senior researcher of Technical Department of Magnitogorsk State head of the Economics and Legal Support direction, Magnitogorsk State University, Magnitogorsk, Chelyabinsk region, Russia 455000. Tel. (3519)359363.

Шишов Андрей Андреевич, аспирант кафедры машиностроительных и металлургических технологий, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, 455000, Челябинская область, г. Магнитогорск, пр. Ленина, 38. Тел. (3519)298526.

Shishov Andrey Andreevich – postgraduate st. of the Mechanical Engineering and Metallurgical Technologies department, Magnitogorsk State Technical University named by G.I. Nosov. 38 Lenin street, Magnitogorsk, Chelyabinsk region, Russia 455000. Tel. (3519)298526.

Чукин Михаил Витальевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой машиностроительных и металлургических технологий, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, 455000, Челябинская область, г. Магнитогорск, пр. Ленина, 38. Тел. (3519)298526.

Chikin Mikhail Vitalievich. doctor of engineering science, professor, head of the Mechanical Engineering and Metallurgical Technologies department, Magnitogorsk State Technical University named by G.I. Nosov. 38 Lenin street, Magnitogorsk, Chelyabinsk region, Russia 455000. Tel. (3519)298526.

Гун Геннадий Семенович, доктор технических наук, профессор кафедры машиностроительных и металлургических технологий, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, 455000, Челябинская область, г. Магнитогорск, пр. Ленина, 38. Тел. (3519)235766.

Gun Gennadiy Semenovich, doctor of engineering science, professor of the Mechanical Engineering and Metallurgical Technologies department, Magnitogorsk State Technical University named by G.I. Nosov. 38 Lenin street, Magnitogorsk, Chelyabinsk region, Russia 455000. Tel. (3519)298526.